සරල අනුවර්තී චලිතය

(1) ස්වාභාවික දිග l හා ප්‍රත්‍යාස්ථ මාපාංකය λ වූ ලුහු සර්පිල දුන්නක A හා B දෙකෙළවරට පිළිවෙලින් ස්කන්ධය m_1 හා m_2 වූ අංශු දෙකක් ආඳා ඇත. A අචලව තබාගත් විට B, t_2 කාලාවර්තයකින් දෝලනය වේ. B අචලව තබාගත් විට $t_1 = t_2 \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$ යන්නෙන් ලැබෙන t_2 කාලාවර්තයකින් A දෝලනය වන බව පෙන්වන්න. අංශු දෙකටම චලනය වීමට නිදහස ඇති විට දුන්නේ දෝලන කාලාවර්තය ද සොයන්න. (1976)

(2) සරල රේඛාවක වූ O අචල ලක්ෂ්‍යයකට යොමු වූද විශාලත්වය $m\omega^2(OP)$ වූද බලයක ක්‍රියාව යටතේ m ස්කන්ධයෙන් යුත් P අංශුවක් එම රේඛාව ඔස්සේ චලනය වෙයි. මෙහි ω යනු නියතයකි. A ලක්ෂ්‍යයක දී අංශුව නිශ්චලතාවයෙහි සිට ගමන් අරඹන අතර O සිට x දුරකින් වන විට අංශුවේ වේගය V නම් $V^2 = \omega^2 (a^2 - x^2)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි a = OA ස්වාභාවික දිග 6a වන ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් සුමට තිරස් මේසයක් මත 9a පරතරයකින් පිහිටි A,B ලක්ෂ්‍යය දෙකක් අතර ඇඳ තබා තන්තුවේ A ට නුදුරු ත්‍රිච්ඡේදන ලක්ෂ්‍යයට m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් ගැට ගසනු ලැබෙයි. AB මත A සිට a දුරකින් පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයට අංශුව විස්ථාපනය කර නිශ්චලතාවයෙන් මුදනු ලැබෙයි. AB මත A සිට $\frac{(9+\sqrt{30})a}{3}$ දුරකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයට අංශුව ළඟා වූ විට අංශුව ක්ෂණික නිශ්චලතාවට එළැඹෙන බව පෙන්වන්න. (1977)

(3) ස්වාභාවික දිග a ද මාපාංකය mg ද ලුහු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවෙක එක් කෙළවරක් තිරස් සුමට මෙසයක O ලක්ෂ්‍යයෙක දී අචල ලෙස සවිකර ඇත. එහි අනෙක් කෙළවරට m ස්කන්ධය ඇති අංශුවක් ඈඳනු ලැබෙයි. ආරම්භයේ දී අංශුව මේසය මත O සිට a+b දුරකින් නිශ්චලතාවයෙහි තබාගනු ලැබෙයි. අංශුව මදා හැරියොත් $\left(\frac{\pi}{2} + \frac{a}{b}\right)\sqrt{a/g}$ කාලයකට පසු එය O කරා එළැඹෙන බව පෙන්වන්න. මේ අංශුව O හරහා යන විට එය O හිදි නිශ්චලතාවයෙහි පිහිටි 2m ස්කන්ධය ඇති අංශුවක් සමඟ හා වෙයි. සංයුක්ත අංශුවට O කරා ආපසු ඒමට කොපමණ කාලයක් ගතවේ දැයි සොයන්න. (1980)

(4) O, A, B, C අචල ලක්ෂ්‍ය හතරක් සරල රේඛාවක් මත පිහිටයි. OA= AB =BC = a වේ. P අංශුවක් මේ සරල රේඛාව ඔස්සේ චලනය වන්නේ එහි ත්වරණය
P අංශුව OA ඛණ්ඩයෙහි පිහිටි විට, $\ddot{x} = -\omega^2 x$ මගින්ද
P අංශුව AB ඛණ්ඩයෙහි පිහිටි විට, $\ddot{x} = 0$ මගින්ද
P අංශුව BC ඛණ්ඩයෙහි පිහිටි විට, $\ddot{x} = -\omega^2 a$ මගින්ද දැක්වෙන පරිදිය.
මෙහි x = OP වේ. ω යනු නියතයකි. අංශුව 0 සිට $\sqrt{3}\,a\omega$ ප්‍රවේගයකින් OABC දිශාව ඔස්සේ ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. C හි දී එහි ප්‍රවේගය ශූන්‍ය බව පෙන්වන්න. O ලක්ෂ්‍යයට ආපසු පැමිණීමට අංශුව ගන්නා මුළු කාලය සොයන්න. (1981)

(5) ගල් අඟුරු පතුලෙක ඇති ඔසොවුවක් 2 h ගැඹුරැති AB සිරස් දිශාවක් ඔස්සේ පහලට චලනය වෙයි. A පිහිටා ඇත්තේ පෘථිවි පෘෂ්ඨය මතය. B පිහිටා ඇත්තේ ගල් අඟුරු පතලේ අඩියෙහිය. ω නියතයක් ද x යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වන 0 සිට ඔසොවුවේ බිමට ඇති දුර ද වූ විට ඔසොවුව 0 දෙසට යොමුව $\omega^2 x$ ත්වරණයෙකින් චලනය වෙයි. ඔසොවුවේ බිම A හි දීත් B හි දීත් නිශ්චලතාවයට පැමිණෙයි. A සිට B තෙක් චලනය වීමට ඔසොවුවට ගත වන කාලය ප්‍රමූලධර්ම ඇසුරෙන් සොයන්න. m ස්කන්ධයෙන් යුත් පතල් කරුවෙක් ඔසොවුව තුළ සිට ගෙන සිටියි. ඔහුගේ පාමත බිමෙහි ප්‍රතික්‍රියාවේ වැඩිතම හා අඩුතම අගයයන් සොයන්න. $\omega \leq \sqrt{\frac{g}{h}}$ බව අපෝහනය කරන්න. $\omega > \sqrt{\frac{g}{h}}$ නම් පතල්කරු ගමන ආරම්භයේදී $\frac{1}{\omega}$ කොස්$^{-1}\left(\frac{g}{h\omega^2}\right)$ කාලයක් තුළ ඔසොවුවෙහි ඇති ආරක්ෂක අල්ලු වළලු අල්ලාගෙනම සිටිය යුතු බව පෙන්වන්න. (1982)

(6) ස්වාභාවික දිග a වූද ප්‍රත්‍යාස්ථ මාපාංකය mg වූ ද ලුහු ප්‍රත්‍යාස්ථතා තන්තුවක කෙළවරවල් රළු තිරස් මේසයක් මත නිශ්චලතාවෙහි පවත්නා M ස්කන්ධයෙන් යුත් A භාරයකටද m ස්කන්ධයෙන් යුත් B අංශුවකටද ඈඳා තිබෙයි. මේසයත් A භාරයත් අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ ය. මේසයත් අංශුවත් ඝර්ෂණ සංගුණකය ද μ ය. ආරම්භයේදී B අංශුව A සිට a දුරක පිහිටි L ලක්ෂ්‍යයක දී අල්ලා තබාගනු ලැබෙයි. ඉක්බිති එය AL දිශාව ඔස්සේ $\sqrt{8\mu^2 ag}$ ප්‍රවේගයෙන් මේසය දිගේ ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. A භාරය මේසය මත නිශ්චලතාවෙහි පවතින්නේ යැයි උපකල්පනය කර තන්තුවේ උපරිම විතතිය සොයා $M \geq 2m$ බව පෙන්වන්න. අවසානයේ දී B අංශුව $\left[\pi + \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)\right]\sqrt{\frac{a}{g}}$ කාලයකට පසුව එහි ආරම්භක L ලක්ෂ්‍යයේදී නිත්‍ය වශයෙන් නිශ්චලතාවට පත්වන බව ද පෙන්වන්න. (1983)

(7) ස්කන්ධය m වූ වීදුරු බෝලයක් ස්වාභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ත තන්තුවකින් අචල A ලක්ෂ්‍යයකට ගැටගසා ඇත. අංශුව Aලක්ෂ්‍යයෙහි නිශ්චලතාවේ සිට මුදා හරිනු ලැබ ක්ෂණිකව නිශ්චලතාවයට එළඹීමට පෙර $2l$ දුරක් වැටේ. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය 4mg බවත් වීදුරු බෝලය $\sqrt{\frac{l}{g}}\left[2\sqrt{2} + \pi - \cos^{-1}(t)\right]$ කාලයකට පසු A වෙත ආපසු එන බවත් පෙන්වන්න. (1984)

(8) අංශුවක් විස්තාරය 1m වූ ද කාලාවර්තය 8s වූ ද සරල අනුවර්තී චලිතයෙන් සරල රේඛාවක් දිගේ චලනය වෙයි. අංශුවේ උපරිම වේගය ms^{-1} වලින් ද උපරිම ත්වරණය ms^{-2} වලින් ද සොයන්න. තව ද කේන්ද්‍රික පිහිටුමේ සිට $\frac{1}{2}$ m ක් දුරක දී අංශුවේ වේගය ms^{-1} වලින් සොයන්න. අංශුවේ වේගය එහි උපරිම වේගයෙන් අඩක් වන මොහොත් දෙකක් අතර කුඩාම කාල අන්තරය $\frac{4}{3}$ s බව පෙන්වන්න. (1986)

(9) m ස්කන්ධයෙන් යුතු P අංශුවක් ස්වාභාවික l වූ ලුහු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මඟින් O අචල ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලා තිබෙයි. ආරම්භයේ දී P අංශුව O හිදි නිශ්චලතාවේ සිට වැටෙයි. ඉන් ඇතිවන චලිතයේදී O ට පහළින් P අංශුවේ වැඩිතම ගැඹුර $3l$ නම් තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $\frac{3}{2}$ mg බව පෙන්වන්න. $\sqrt{\frac{2l}{g}}\left[1+\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}\right]$ කාලයකදී වැඩිතම ගැඹුර සහිත ලක්ෂ්‍ය වෙත ළඟා වන බව සාධනය කරන්න. (1987)

(10) ස්වාභාවික දිග a ද ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg ද වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවෙක එක් කෙළවරක් m ස්කන්ධයෙන් යුතු අංශුවකට ඇඳා තිබෙයි. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර O නම් අචල ලක්ෂ්‍යයකට සවිකොට ඇත. O සිට පහළට $\frac{a}{2}$ දුරෙක පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයකදී අංශුව නිශ්චලතාවෙන් මුදාහරිනු ලැබේ. $\sqrt{\frac{a}{g}}\left(2+\frac{3\pi}{2}\right)$ කාලයකට පසු අංශුව P ලක්ෂ්‍යය වෙතට නැවත පැමිණෙන බව ඔප්පු කරන්න. අංශුව ලබාගත් වැඩිතම වේගය සොයන්න. (1988)

(11) නොඇදි දිග l සහ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය W වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මඟින් බර W වන P අංශුවක් O අචල ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලා ඇත. විස්තාරය 2a වන සිරස් දෝලන P විසින් සාදනු ලබයි නම් t කාලයේදී O සිට එහි ඇති දුර $2\left(l + a \sin t\sqrt{\frac{l}{g}}\right)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි කාලය මැන ඇත්තේ P ස්වකීය සමතුලිත පිහිටුමේ ඇති මොහොතේ සිට වේ. ස්වකීය සමතුලිත පිහිටුමේ සිට අංශුව ඉහළ නගින විට එය සමාන බරින් යුත් වෙනත් අංශුවක් අහුලා ගනී නම් දෝලනයේ විස්තාරය $\sqrt{l^2+2a^2}$ වන බව ද පෙන්වන්න. (1989)

(12) ලුහු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මඟින් ගුරුත්වය යටතේ අචල ලක්ෂ්‍යයකින් අංශුවක් එල්ලා තිබේ. අංශුව සමතුලිතව එල්ලෙමින් පවතින විට තන්තුව එහි ස්වාභාවික දිගේ සිට C දුරකට ඇදී පවතී. සමතුලිත පිහිටීම වටා කුඩා සිරස් දෝලනවල කාලාවර්තය $2\pi\left(\frac{c}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$ බව පෙන්වන්න. දැන් සමතුලිත පිහිටුමේ සිට ඊට පහළින් 3c දුරකට යන තෙක් අංශුව පහළට ඇද ඉන්පසු නිශ්චලතාවේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. අංශුව $\left[\pi-\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)+2\sqrt{2}\right]\left(\frac{c}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$ ඉහළ නගින බව ඔප්පු කරන්න. (1990)

(13) ස්වාභාවික දිග a + b ද මාපාංකය λ ද වන AB ලුහු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක දෙකෙළවර සුමට තිරස් මේසයක් මත a + b දුරක පරතරයක් ඇතිව සවිකර තිබෙයි. m ස්කන්ධයෙන් යුතු අංශුවක් P ලක්ෂ්‍යයේ දී තන්තුවට ඇඳා ඇත්තේ අංශුව සමතුලිතතාවේ පවතින විට AP = a, PB = b වන පරිද්දෙනි. අංශුව AQ = a+c වන පරිදි ඇති Q ලක්ෂ්‍යයේදී නිශ්චලතාවේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. එහි $0 < c < b$ එය $\pi\sqrt{\frac{m}{\lambda}}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)$ මුළු කාලයකට පසුව $\frac{2c}{\sqrt{a}}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)$ මුළු දුරක් ගමන් කර Q ලක්ෂ්‍යයට ආපසු පැමිණෙන බව පෙන්වන්න. (1991)

(14) අ) P ලක්ෂ්‍යයක් xOy තලයේ චලනය වන්නේ කෙසේ ද යත් t කාලයක දී එහි පිහිටුම් දෛශිකය $\overrightarrow{OP} = (a\cos\omega t)\,\mathbf{i} + (a\sin\omega t)\,\underline{\mathbf{j}}$ වන පරිදිය. මෙහි a, ω යනු පිළිවෙලින් Ox, Oy අක්ෂ ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශික ද වෙයි. P ගේ පෙත වෘත්තයක් බව පෙන්වන්න. P ගේ ප්‍රවේගයෙත් ත්වරණයෙත් විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න. තව ද N යනු P සිට Ox අක්ෂයට ඇඳි ලම්බයේ අඩිය නම්, N සරල අනුවර්තී චලිතයෙක යෙදෙන බවත් එහි ආරම්භක පිහිටීමේ (t = 0) සිට $P\hat{O}N$ = රේඩියන් α වන පරිදි වූ පිහිටීම තෙක් ගත වන කාලය $\frac{\alpha}{\omega}$ බවත් පෙන්වන්න.

ආ) පෘථිවි පෘෂ්ඨය තුළ වූ වස්තුවක් එහි සිට පෘථිවි කේන්ද්‍රයට ඇති දුරට අනුලෝම වශයෙන් සමානුපාතික බලයකින් පෘථිවියේ කේන්ද්‍රය දෙසට ආකර්ෂණය වන්නේ යැයි උපකල්පනය කරමින් වස්තුවක් පෘථිවි පෘෂ්ඨයේ සිට 32 km ගැඹුරු සිරස් වලක පතුලට වැටීමට ගතවන (පෘථිවියේ අරය = 6400 km ලෙස ද ගුරුත්වජ ත්වරණය $g = 10\ ms^{-2}$ ලෙස ද ගන්න.) (1992)

(15) අ) සර්පිල දුන්නත් මගින් අචල ලක්ෂ්‍යයකින් ස්කන්ධයක් එල්ලා ඇත. ස්කන්ධය නිශ්චලතාවේ ඇති විට විතතිය l වේ. ස්කන්ධයට සිරස් චලිතයක් ලබාදුන් විට තත්පරයකට ඇතිවන පූර්ණ දෝලන සංඛ්‍යාව සොයන්න.

ආ) Oxy තලය මත P නම් ලක්ෂ්‍යයක් චලනය වන්නේ t කාලයේදී එහි පිහිටුම් දෛශිකය $\overrightarrow{OP} = (a\cos\omega t)\,\underline{\mathbf{i}} + (b\sin\omega t)\,\underline{\mathbf{j}}$ වන ලෙසය. මෙහි a,b සහ ω ධන නියතයක් ද වන අතර $\underline{\mathbf{i}}$ සහ $\underline{\mathbf{j}}$ පිළිවෙලින් $\overrightarrow{OX}$ සහ $\overrightarrow{OY}$ අක්ෂ ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශික වේ. P හි පෙත ඉලිප්සියක් බව පෙන්වා P හි ප්‍රවේගයේ සංරචක සහ ත්වරණයේ සංරචක සොයන්න. $\overrightarrow{OX}$ සහ $\overrightarrow{OY}$ මත P හි ප්‍රක්ෂේපණ එකම $\frac{2\pi}{\omega}$ කාලාවර්තය ඇතිව සරල අනුවර්තී චලිත ඇති කරන බව පෙන්වන්න. (1993)

(16) AB ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවේ ස්වාභාවික දිග l ය. එහි A ඉහළ කෙළවර සීලිමකට ඇඳා තන්තුව සිරස්ව තබා ඇත. තන්තුවේ B පහළ කෙළවරින් බර අංශුවක් ගැට ගසා තන්තුව නිශ්චලතාවයේ එල්ලෙන විට e විතතියක් ඇති වෙයි. අංශුව සමතුලිතතා පිහිටීමෙන් තවත් d (> e) දුරක් පහළට ඇද නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහැරිය හොත් අංශුවේ චලිතයෙන් කොටසක් $\sqrt{\frac{g}{e}}$ කෝණික සංඛ්‍යාතය සහිත සරල අනුවර්තී චලිතයක් බව පෙන්වන්න. අංශුව සීලිමේ වදින්නේ නැතිනම් $1 > \left(\frac{d^2-e^2}{2e}\right)$ බව සාධනය කර $2\sqrt{\frac{e}{g}}\left\{\pi + \frac{\sqrt{d^2-e^2}}{e} - \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{d^2-e^2}}{e}\right)\right\}$ මුළු කාලයකට පසු අංශුව යළිත් ආරම්භක ලක්ෂ්‍යයට පැමිණෙන බව ද සාධනය කරන්න. (1994)

(17) ස්වාභාවික දිග l ද ප්‍රත්‍යස්ථතා සංගුණකය mg ද වූ ලුහු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් O අචල ලක්ෂ්‍යයකටත් අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ අංශුවකටත් ඇඳා තිබෙයි. අංශුව t = 0 වේලාවේ දී Oහි සිට $\sqrt{(n^2+2)gl}$ ප්‍රවේගයකින් සිරස් ලෙසළඹු අතට ප්‍රක්ෂේපණය කෙරෙයි. මෙහි n යනු ධන නියතයකි. kl යනු අංශුව ළඟාවන උපරිම උස ද k යනු 1 ට වැඩි නියතයක් ද විට

i) $0 \le y \le l$ ද

ii) $l < y \leq kl$ ද යන අවස්ථා වෙන්කොට දක්වමින් අංශුව සඳහා 0 ට ඉහළින් අංශුවේ y(t) උස ඇතුළත් චලිතයේ සමීකරණය අවකල සමීකරණයක් ලෙස ලියා දක්වන්න.

ඉහත (ii) අවස්ථාවේ දී $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ ද $t \geq t_0$ ද විට $y(t) = A \cos\omega(t - t_n) + B \sin\omega(t - t_0)$ යන්නෙන් ඉහත අවකල සමීකරණය සපුරාලන බව සත්‍යාපනය කර A හා B නියත සොයන්න.

අංශුව $[\sqrt{n^2+2} - n + \tan^{-1} n]\sqrt{\frac{l}{g}}$ වේලාවකට පසු පහළ බැසීමට පටන් ගන්නා බව පෙන්වා k හි අගය සොයන්න. (1995)

(18) ස්වාභාවික දිග l ද ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය λ ද වන ලුහු තන්තුවක එක් කෙළවරකට m ස්කන්ධයෙන් යුත් P අංශුවක් ඇඳා ඇති අතර එහි අනෙක් කෙළවර O අචල ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර තිබෙයි. l දිගින් යුත් ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය m ම වූ Qඅංශුවක් ද අනෙක් කෙළවරට ද ගැට ගසා ඇත. ආරම්භයේ දී සිරස් සරල රේඛාවක PQ පිහිටන සේ ද OQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය P වන පරිදි l ස්වාභාවික දිගක් PO ට තිබෙන සේ ද පද්ධතිය නිශ්චලතාවේ තබා ඉක්බිති එය නිශ්චලතාවේ සිට මුදාහරිනු ලැබෙයි. t වේලාවේ දී OP දිග $l + x$ ය. P අංශුවත් Q අංශුවත් සඳහා චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. ඒනයින්, $\ddot{x} + \omega^2\left(x - \frac{g}{\omega^2}\right) = 0$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\omega^2 = \frac{\lambda}{2ml}$ t වේලාවේ දී P අංශුවේ පිහිටීම $x = \frac{g}{\omega^2} + A\cos\omega t + B\sin\omega t$ යන්නෙන් දෙනු ලැබෙයි නම්, A හා Bනියතවල අගයයන් නිර්ණය කරන්න. ඒ නයින්,

i) පසුව එළඹෙන චලිතයේදී OP තන්තුවේ දිග කිසිවිටෙක 1ට අඩු නොවන බවද,
ii) PQ තන්තුවේ ආතතිය 2mg $\sin^2\frac{\omega t}{2}$ බව ද පෙන්වන්න. ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවේ උපරිම විතතිය $2l$ නම්, λ හි අගය සොයා පළමු වැනි වරට උපරිම විතතිය ලබාගන්නා වේලාව $\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ බවත් පෙන්වන්න. (1996)

(19) m ස්කන්ධයෙන් යුත් P නම් අංශුවක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා මේසය මත A, B, Cනම් ලක්ෂ්‍යය තුනකට එය ඇඳා ඇත්තේ ස්වාභාවික දිග පිළිවෙලින් l_1, l_2, l_3 ද මාපාංක පිළිවෙලින් $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ද වන තන්තු තුනක් මඟිනි. ABC යනු පාදයක දිග a සහිත සමපාද ත්‍රිකෝණයක් නම්ද ත්‍රිකෝණයේ G කේන්ද්‍රකයෙහි අංශුවට සමතුලිතව නිශ්චලතාවේ පිහිටිය හැකි නම් ද,

$a\left(\frac{\lambda_1}{l_1} - \frac{\lambda_2}{l_2}\right) = (\lambda_1 - \lambda_2)\sqrt{3}$ බවත්,

$a\left(\frac{\lambda_2}{l_2} - \frac{\lambda_3}{l_3}\right) = (\lambda_2 - \lambda_3)\sqrt{3}$ බවත්, පෙන්වන්න.

$\lambda_2 = \lambda_3$ ලෙස ගෙන a හා සැසඳෙන විට x නම් කුඩා දුරකින් අංශුව $\overrightarrow{AG}$ ඔස්සේ BC පාදය වෙතට විස්ථාපනය කොට නිශ්චලතාවේ සිට මුදාහැරියේ නම්,

මෙවිට $\frac{\lambda_1}{l_1}\left(\frac{a}{\sqrt{3}} + x - l_1\right) + \frac{2\lambda_2}{l_2}(BP - l_2)\cos A\hat{P}B + m\frac{d^2x}{dt^2} = 0$ බව පෙන්වන්න. $\frac{x}{a}$ හි එකකට වඩා වැඩි බලයක් නොසලකා හැරීමෙන් $BP = \frac{a}{\sqrt{3}} - \frac{x}{2}$ බවත් $\cos A\hat{P}B = \frac{3\sqrt{3}}{4a}x - \frac{1}{2}$ බවත් පෙන්වන්න. ඒනයින්, $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} + 2\frac{l_1}{l_2} > \frac{3\sqrt{3}}{2a}l_1$ බව දී ඇත්නම් කුඩා x අගයන් සඳහා P අංශුවේ චලිතය සරල අනුවර්තී බව අපෝහනය කරන්න.

(1997)

(20) ස්වාභාවික දිග l ද ස්තබ්ධතාව (දෘඩියාව) k ද, වූ පරිපූර්ණ දුන්නක් සඳහා බල නියමය ප්‍රකාශ කරන්න. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් $4l$ දුරක පරතරයෙන් වූ බිත්ති දෙකකට ලම්බව ඝර්ෂණය රහිත සෘජු තිරස් මගක දෝලනය වෙයි. එම අංශුව ස්වාභාවික දිග l ද ස්තබ්ධතාව k දවූ පරිපූර්ණ දුන්නක් මගින් එක් බිත්තියක වූ A ලක්ෂ්‍යයකටත් සර්වසම දුන්නකින් අනෙක් බිත්තියේ වූ B ලක්ෂ්‍යයකටත් ඇඳා තිබෙයි. එම දුනු මගින් අංශුව මාර්ගය ඔස්සේ තල්ලුවකට හා ඇදිල්ලකට ලක් කෙරෙයි. t වේලාවේ දී AP = x නම්,

i) $x \leq l$ වූ විටත් ii) $l \leq x \leq 3l$ වූ විටත් iii) $3l \leq x \leq 4l$ වූ විටත් අංශුවේ චලිත සමීකරණ ව්‍යුත්පන්න කර ඒවාට එකම ආකාරයක් තිබෙන බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, චලිතය හැමවිටම කාලාවර්ත බවත් කාලාවර්තය $2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$ බවත් පෙන්වන්න.

අංශුවට ගතහැකි උපරිම වේගය සොයන්න. (1998)

(21) ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ස්වාභාවික දිග l සහ මාපාංකය 2mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක කෙළවරකට සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුවේ අනික් කෙළවර O අචල ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුව සිරස්ව තිබියදී අංශුව එහි සමතුලිත පිහිටීමෙන් d දුරක් පහළට ඇද නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. P අංශුවේ සමතුලිත පිහිටීමේ සිට පහළට සිරස් විස්ථාපනය t කාලයේදී x වෙයි නම්, $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{2g}{l}x = 0$ බව පෙන්වන්න.

i) $d < \frac{l}{2}$ වෙයි නම් අංශුව එහි සමතුලිත පිහිටීම වටා $\pi\sqrt{\frac{2l}{g}}$ කාලාවර්තය සහිතව සරල අනුවර්තී චලිතයේ යෙදෙන බවත් තන්තුව නොබුරුල්ව තිබෙන බවත් පෙන්වන්න.

ii) $d > \frac{l}{2}$ වෙයි නම් $\sqrt{\frac{l}{2g}}\left[\pi - \sin^{-1}\left(\frac{l}{2d}\right)\right]$ කාලයකට පසු තන්තුව බුරුල් වන බව පෙන්වන්න. (1999)

(22) ස්කන්ධය m වූ කොටයක් තිරස් වේදිකාවක් මත සාපේක්ෂ නිශ්චලතාවයේ තිබෙන අතර වේදිකාව විස්තාරය a සහ කාලාවර්තය T වන සිරස් සරල අනුවර්තී දෝලන සිදුකරයි. වේදිකාවේ මධ්‍යන්‍ය පිහිටීමේ සිට සිරස්ව ඉහළට මැන්න විස්ථාපනය x වන විට වේදිකාවෙන් කොටය කෙරෙහි ප්‍රතික්‍රියාව $m\left(g - \frac{4\pi^2 x}{T^2}\right)$ බව පෙන්වන්න. T =1s නම් කොටය වේදිකාවෙන් ඉවත් නොවන පරිදි තිබිය හැකි විශාලතම විස්තාරය මීටර වලින් අපෝහනය කරන්න. [$\pi^2 \approx 9.8$ බවද ගුරුත්වජ ත්වරණය ms^{-2} වලින් එම අගයම ගන්නා බවද උපකල්පනය කරන්න.] (2000)

(23) ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් ස්වාභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක කෙළවරකට සම්බන්ධ කරන ලදුව සමතුලිතතාවේ එල්ලෙයි. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත. අංශුව O ට පහළින් $2l$ විස්ථාපනයකින් වූ C ලක්ෂ්‍යයෙහි ඇත්නම් තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg බව පෙන්වන්න. අංශුව දැන් C සිට $\sqrt{gl}$ ආරම්භක වේගයෙන් සිරස්ව පහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. t කාලයේ දී එහි O **සිට පහළට විස්ථාපනය** x වෙයි.
$\ddot{x} + \frac{g}{l}(x - 2l) = 0$ බව පෙන්වා අංශුවේ සරල අනුවර්තී චලිතයෙහි කේන්ද්‍රය සහ කාලාවර්තය හඳුන්වා දෙන්න. x හි උපරිම සහ අවම අගයන් ලබාගන්න. (2001)

(24) ස්වාභාවික දිග $2l$ සහ මාපාංකය mg වූ ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ගැට ගසා ඇත. සුමට තිරස් මේසයක එකිනෙකට $4l$ දුරකින් පිහිටි අචල A,B ලක්ෂ්‍ය දෙකකට තන්තුවේ දෙකෙළවර ඈඳා ඇත. ආරම්භයේ දී A,P,B සරල රේඛීයව $AP = 3l$ වන පරිදි P අංශුව නිශ්චලතාවයේ තබා එම පිහිටීමේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. $AP = 2l + x$ වන පරිදි වූ පිහිටීමක P අංශුව තිබෙන විට එහි චලිතයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න. ඒ නයින්, $\omega^2 = \frac{2g}{l}$ වූ, $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ සමීකරණය ලබාගන්න. P අංශුවේ සරල අනුවර්තී චලිතයෙහි කේන්ද්‍රය, විස්තාරය සහ කාලාවර්තය සොයන්න. තව ද අංශුවේ උපරිම වේගයත් එය ලැබීමට ගතවන අඩුතම කාලයත් සොයන්න. (2002)

(25) ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ස්වාභාවික දිග l ද ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය 4mg ද වන AB ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක A කෙළවරට ගැටගසා ඇති අතර B කෙළවර බිමෙහි සිට $2l$ ට වැඩි උසකින් පිහිටි අචල ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත. P අංශුව B හි නිසලව තබා මුදා හරිනු ලැබේ. ශක්ති සංස්ථිතිය පිළිබඳ මූලධර්මය යෙදීමෙන්,

i) තන්තුවේ උපරිම දිග $2l$ බව පෙන්වා,

ii) තන්තුව යන්තමින් ඇදී ඇති විට P හි ප්‍රවේගය සොයන්න. x (> 1) යනු t කාලයේදී තන්තුවේ දිග යැයි සිතමු. P හි $\dot{x}$ ප්‍රවේගය නිර්ණය කිරීම සඳහා සමීකරණයක් ලියන්න. එම සමීකරණයෙන්, $\ddot{y} + \frac{4g}{l} y = 0; y \geq -\frac{l}{4}$ ආකාරයේ සමීකරණයක් ලැබෙන බව පෙන්වන්න. මෙහි $y = x - \frac{5l}{4}$ වේ. y සඳහා $y = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ ආකාරයේ විසඳුමක් උපකල්පනය කරමින් A,B,ω නියත සොයන්න. ඒ නයින්,

iii) y හි උපරිම අගය නිර්ණය කර එමගින් තන්තුවේ උපරිම දිග ලබාගන්න.

iv) P හි වැඩිතම වේගය සොයන්න. (2003)

(26) ස්කන්ධය m වූ කුඩා සුමට මුදුවක් තුළින් යන ස්වාභාවික දිග l වූ ලුහු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් සීලිමක වූ O ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇත. මුදුව O ලක්ෂ්‍යයෙහි නිසලව රඳවා තිබියදී තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරට ඈඳා ඇති ස්කන්ධය M වූ P අංශුවක් සමතුලිතතාවෙන් එල්ලී ඇත. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය 2Mg නම් සමතුලිත පිහිටුමේ දී තන්තුවේ විතතිය $\frac{l}{2}$ බව පෙන්වන්න. දැන් O හි දී නිශ්චලතාවයෙන් මුදනු ලැබූ මුදුව තන්තුව දිගේ ගුරුත්වය යටතේ සිරස්ව යටි අතට සර්පණය වී P සමඟ ගැටී හාවෙයි. මුදුවෙන් හා අංශුවෙන් සමන්විත වූ සංයුත වස්තුව $\frac{m}{M+m}\sqrt{3gl}$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව යටි අතට චලනය වීම අරඹන බව පෙන්වන්න. තන්තුවේ විතතිය x විට සංයුත වස්තුව සඳහා චලිත සමීකරණය ලියා දක්වා සංයුත වස්තුව $\sqrt{\frac{2Mg}{(M+m)l}}$ සංඛ්‍යාතය සහිත සරල අනුවර්තී චලිතයේ යෙදෙන බව පෙන්වන්න. (2004)

(27) ස්වාභාවික දිග l වූ ලුහු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවරින් ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් සමතුලිතව එල්ලෙයි. සිරස් සමතුලිත පිහිටීමෙහි තන්තුවේ විතතිය c වෙයි. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය සොයන්න.

P

අංශුව සමතුලිතතාවෙන් නිසලව ඇති විට සමාන ස්කන්ධයක් ඇති වෙනත් Q අංශුවක් P ට සිරස්ව ඉහළින් c උසක සිට නිසලව තිබී වැටී P සමඟ ගැටී බද්ධ වෙයි. ගැටුමට පසු t කාලයේ දී තන්තුවේ x විතතිය $\ddot{x}+\omega^2(x-2c)=0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න.

මෙහි $\omega^2=\frac{g}{2c}$ වෙයි. $x = 2c + a\cos\omega t+b\sin\omega t$ වන පරිදි a සහ b නියත සොයන්න. ඒ නයින්, සංයුක්ත අංශුව ගැටුමෙන් $\frac{3\pi}{4}\sqrt{\frac{2c}{g}}$ කාලයකට පසුව ක්ෂණික නිශ්චලතාවට පැමිණෙන බව පෙන්වා මෙම මොහොතේ තන්තුවේ විතතිය සොයන්න. (2005)

(28) ස්වාභාවික දිග l සහ මාපාංකය mg වූ ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් සුමට තිරස් මේසයක් මත එක් දාරයක සිට $2l$ දුරකින් වූ අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ඈඳා ඇත. සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් P අංශුව ස්කන්ධය m වූ දෙවැනි Q අංශුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. ආරම්භයේ දී $OP = PQ = l$ ලෙස Q අංශුව මේසයේ දාරය අසල තබා සීරුවෙන් ඉවතට තල්ලු කරනු ලබන්නේ පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට චලනය වීමට පටන්ගන්නා පරිදි ය. t කාලයේ දී $OP = l + x$ වන අතර P අංශුව මේසය මත තිබියදී Q අංශුව මේසයේ මට්ටමෙන් x ගැඹුරකින් පිහිටයි. යාන්ත්‍රික ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $\dot{x}^2=\omega^2[l^2-(l-x)^2]$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\omega^2=\frac{g}{2l}$ වෙයි. P අංශුවේ ඇතිවන සරල අනුවර්තී චලිතයෙහි කේන්ද්‍රය සහ විස්තාරය සොයන්න. P අංශුව මේසයේ දාරයට ළඟාවන්නේ $t=\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$ මොහොතේ දී බව පෙන්වා එවිට එහි වේගය සොයන්න. (2006)

(29) ස්වාභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් O අචල ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. අංශුව සමතුලිතව එල්ලී තිබෙන විට තන්තුවේ දිග $\frac{3l}{2}$ වෙයි. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය සොයන්න. අංශුව ස්වකීය සමතුලිත පිහිටීමේ සිට a දුරක් සිරස්ව පහළට ඇද එහි සිට නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබෙයි. සමතුලිත පිහිටීමේ සිට පහළට මනින ලද අංශුවෙහි විස්ථාපනය t කාලයේ දී x වෙයි. තන්තුව ඇදී තිබෙන තාක් $\frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\omega^2=\frac{2g}{l}$ වෙයි.

i) $a<\frac{l}{2}$ අවස්ථාවේ දී සිදුවන චලිතයෙහි කාලාවර්තය සහ විස්තාරය සොයන්න.

ii) $a=\frac{l}{2}+b, (b>0)$ අවස්ථාවේ දී තන්තුව පළමුවරට බුරුල්වීමට ගන්නා කාලය $\sqrt{\frac{l}{2g}}\left[\pi-\cos^{-1}\left(\frac{l}{l+2b}\right)\right]$ බව පෙන්වන්න. [$\frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0$ සමීකරණයේ විසඳුම $x = A\cos\omega t+B\sin\omega t$ බව උපකල්පනය කිරීම මැනවි. මෙහි A සහ B යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත දෙකකි.] (2007)

(30) ස්වාභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවරෙහි පිළිවෙලින් ස්කන්ධ m සහ 3m වූ P සහ Q අංශු දෙකක් තන්තුව $l + 4a$ දිගකට විස්තීරණය කරමින් සමතුලිතතාවේ එකට එල්ලෙයි. Q අංශුව ක්ෂණිකව ඉවතට වැටෙයි. t කාලයකට පසුව තන්තුවේ දිග $l + x$ වෙයි නම්, $x > 0$ සඳහා $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{a}(x - a) = 0$ සමීකරණය ලබාගන්න. සමීකරණයෙහි විසඳුම $x = a + b\sin\omega x + c\cos\omega t$ බව දී ඇත්නම් b සහ c නියතවල අගයන් සොයන්න. මෙහි $\omega^2 = \frac{g}{a}$ වෙයි. P අංශුව ආරම්භක පිහිටීමෙන් ඉහළට ළඟාවන උපරිම උස සොයා එම උසට ළඟාවීමට ගතවන කාලය $\sqrt{\frac{a}{g}}\{\pi - \alpha + 2\sqrt{2}\}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි α යනු $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$සුළු කෝණයයි. (2008)

(31) P අංශුවක් $x^2 + y^2 = a^2$ වෘත්තය මත ඒකාකාර $a\omega$ වේගයෙන් චලනය වෙයි. Q යනු P සිට y අක්ෂය මත ලම්බයේ අඩිය නම්, කාලාවර්තය $\frac{2\pi}{\omega}$ වූ සරල අනුවර්තී චලිතයක Q යෙදෙන බව පෙන්වන්න. ස්වාභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු සර්පිල දුන්නක් ස්වකීය අක්ෂය සිරස්ව ඇති ව පහත කෙළවරෙහි සවිකර ඇත. දුන්නේ උඩු කෙළවර මත තබන ලද ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට නිශ්චලව තිබෙන දුන්න d දුරක් සම්පීඩනය කළ හැකිය. මෙහි $d < l$ වේ. එම අංශුවම h උසක සිට දුන්නේ උඩු කෙළවර මත වැටීමට සැලැස්වූයේ නම්, $l \geq a + d$ බව දී ඇති විට විස්තාරය $a = \sqrt{d^2 + 2dh}$ වන සරල අනුවර්තී චලිතයක අංශුව යෙදෙන බව පෙන්වන්න. මෙම චලිතයේ දී අංශුව අඩු තරමින් $\frac{3\pi}{2}\sqrt{\frac{d}{g}}$ කාල ප්‍රාන්තරයක් වත් දුන්න මත රැඳී පවතී නම්, $\left(\frac{h}{d}\right)$ හි උපරිම අගය සොයන්න. (2009)

(32) ස්කන්ධය m වූ P නම් අංශුවක් ස්වාභාවික දිග l වූ ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරකට සම්බන්ධ කර ඇති අතර තන්තුවෙහි අනෙක් කෙළවර සීලිමක O අචල ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. λ යනු තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය නම්, P අංශුව සමතුලිතතාවෙන් එල්ලෙන විට තන්තුවේ a විතතිය $a = \frac{mgl}{\lambda}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. OP සිරස්වන ලෙස ද එහි දිග $l + a + b$ ට සමාන වන ලෙස ද තන්තුව වැඩි දුරටත් $b(> a)$ දිගකින් අදිනු ලැබේ. P අංශුව නිශ්චලතාවෙන් මුදා හැරෙයි. තන්තුවේ දිග $l + a + x$ වන විට P අංශුවේ චලිත සමීකරණය ලියා දක්වා සුපුරුදු අංකනයෙන් $\ddot{x} + \frac{g}{a}x = 0$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $-a \leq x \leq b$ වේ. ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම $x = A\cos\sqrt{\frac{g}{a}}t + B\sin\sqrt{\frac{g}{a}}t$ ආකාරයේ යැයි උපකල්පනය කරමින් A හා B සොයන්න. $\alpha\sin^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$ වන $\sqrt{\frac{a}{g}}\left[\frac{\pi}{2} + \alpha\right]$ කාලයක් සඳහා P අංශුව සරල අනුවර්තී චලිතයේ යෙදෙන බව ද සරල අනුවර්තී චලිතයෙන් P අංශුව ඉවත්වන මොහොතේ දී එහි ප්‍රවේගය උඩුඅතට $\sqrt{\frac{g}{a}(b^2 - a^2)}$ බව ද පෙන්වන්න. අනතුරුව P අංශුව ගුරුත්වය යටතේ චලනය වන බවද $b > a\sqrt{1 + \frac{2\lambda}{mg}}$ නම්, එය නිශ්ශූන්‍ය ප්‍රවේගයකින් සීලිමේ ගැටෙන බවද පෙන්වන්න. (2010)

(33) ස්වාභාවික දිග l ද ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය λ ද වන තුනී සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ දුන්නක් සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව ඇත. එහි කෙළවරක් මේසය මත වූ අචල ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර ඇත. එහි අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් ඇඳා ඇත. මේසය දිගේ දුන්න ඇද මුදා හරිනු ලැබෙයි. ආවර්ත කාලය $2\pi\sqrt{\frac{ml}{\lambda}}$ සහිත සරල අනුවර්තී චලිතයක අංශුව යෙදෙන බව පෙන්වන්න. (2011)

(34) ස්වාභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය m වූ P නම් අංශුවක් ඇඳා ඇත. තන්තුවෙහි අනෙක් කෙළවර තිරස් පොළොවක සිට $4l$ උසින් පිහිටි අචල O ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර ඇත. P අංශුව සමතුලිතතාවෙන් එල්ලෙන විට තන්තුවේ විතතිය l වේ. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg බව පෙන්වන්න. P අංශුව දැන් O හි තබා $\sqrt{gl}$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව පහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබෙයි. P අංශුව l දුරක් වැටුණු විට එහි ප්‍රවේගය සොයන්න. තන්තුවෙහි දිග $2l + x$ වන විට P අංශුව සඳහා චලිත සමීකරණය ලියා දක්වා සුපුරුදු අංකනයෙන් $\ddot{x}+\frac{g}{l}x=0$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $-l \leq x \leq 2l$ වේ. ඉහත සමීකරණයෙන් c (> 0) නියතයක් වන $\dot{x}^2=\frac{g}{l}(c^2-x^2)$ දෙනු ලැබේ යැයි උපකල්පනය කරමින් c හි අගය සොයන්න. P අංශුව පොළවට එළඹෙන විට ක්ෂණික නිශ්චලතාවට පැමිණෙන බව පෙන්වා O සිට පොළොවට එළඹීමට ගතවන කාලය $\frac{1}{3}(3\sqrt{3}-3+2\pi)\sqrt{\frac{l}{g}}$ බව පෙන්වන්න. (2011)

(35) A හා B යනු සුමට තිරස් මේසයක් මත එකිනෙක අතර දුර $8l$ වන ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. ස්කන්ධය m වූ P නම් සුමට අංශුවක් A හා B අතර AB මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක තබා ඇත. ස්වාභාවික දිග $3l$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය 4λ වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මඟින් A ලක්ෂ්‍යයට ද ස්වාභාවික දිග $2l$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය λ වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මඟින් B ලක්ෂ්‍යයට ද P අංශුව සම්බන්ධ කෙරේ. P අංශුව C ලක්ෂ්‍යයේදී සමතුලිතතාවේ පවතී නම්, $AC=\frac{42}{11}l$ බව පෙන්වන්න. P අංශුව AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වන M ලක්ෂ්‍යයේ තබා නිශ්චලතාවෙන් මුදා හැරේ. P අංශුව AB දිගේ A ලක්ෂ්‍යයේ සිට x දුරින් පිහිටන විට තන්තු දෙකෙහි ආතති ලබාගන්න. $\frac{40}{11}l \leq x \leq 4l$ සඳහා P අංශුවේ චලිත සමීකරණය ලියා දක්වා සුපුරුදු අංකනයෙන්, $\ddot{x}+\frac{11\lambda}{6ml}\left(x-\frac{42}{11}l\right)=0$ බව පෙන්වන්න. $y=x-\frac{42}{11}l$ යැයි ලිවීමෙන් $\ddot{y}=\frac{11\lambda}{6ml}y\times 0$ බව පෙන්වන්න. ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම $y=A\cos\omega t+B\sin\omega t$ ආකාරයේ යැයි උපකල්පනය කරමින් A,B හා ω නියත සොයන්න. P අංශුව A ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\frac{41}{11}l$ දුරින් පිහිටන විට එහි ප්‍රවේගය සොයන්න. (2012)

(36) ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් ස්වාභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක කෙළවරකට ඇඳා ඇති අතර තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳා ඇත. අංශුව සමතුලිත ව එල්ලෙන විට තන්තුවේ **විතතිය** $\frac{l}{3}$ වේ. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය සොයන්න. අංශුව O ට $\frac{l}{2}$ දුරකින් සිරස්ව පහළින් වූ ලක්ෂ්‍යයේ තබා නිශ්චලතාවේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. O සිට l දුරකින් සිරස්ව පහළින් වූ A ලක්ෂ්‍යය වෙත අංශුව ප්‍රථම වතාවට ළඟා වන විට එහි ප්‍රවේගය සොයන්න. B යනු අංශුව ළඟා වන පහළ ම ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු.

A සිට B දක්වා අංශුවේ චලිතය සඳහා තන්තුවේ **විතතිය** x යන්න $\ddot{x}+\frac{3g}{l}\left(x-\frac{l}{3}\right)=0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න. ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම $x=\frac{1}{3}+\alpha\cos\omega t+B\sin\omega t$ ආකාරයේ බව උපකල්පනය කරමින් α, β හා ω නියතවල අගයන් සොයන්න. ඒනයින්, අංශුව A සිට B දක්වා යෙදෙන සරල අනුවර්තී චලිතයේ කේන්ද්‍රය හා විස්තාරය සොයන්න. මුදා හළ මොහොතේ සිට $\sqrt{\frac{l}{g}}\left\{1+\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}\right\}$ කාලයකට පසුව අංශුව B වෙත ළඟා වන බව පෙන්වන්න. අංශුව B හි ඇතිවිට තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න. (2013)

(37) ස්වභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය 4mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක කෙළවරක් අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. O හි නිශ්චලතාවයේ සිට අංශුව ගුරුත්වය යටතේ මුදා හරිනු ලැබේ. ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන් පසුව සිදුවන චලිතයේ දී තන්තුවේ උපරිම දිග සොයන්න. (2014)

(38) ස්වභාවික දිග 4a හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය 8 mට වූ සිහිල් සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ දුන්නක්, එහි පහළ කෙළවර O අචල වන සේ සිරස්ව සිටුවා ඇත. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් එහි ඉහළ කෙළවරට ඇඳා තිබේ. P අංශුව O ට සිරස්ව ඉහළින් වූ A ලක්ෂ්‍යයක සමතුලිතව ඇත. $OA=\frac{7a}{2}$ බව පෙන්වන්න.

දැන්, එම m ස්කන්ධය ම සහිත තවත් Q අංශුවක් P ට සීරුවෙන් ඇඳනු ලබන අතර, සංයුක්ත අංශුව A හි නිශ්චලතාවයේ සිට චලිතය ආරම්භ කරයි. සංයුක්ත අංශුවේ චලිත සමීකරණය $\ddot{x}=-\frac{g}{a}x$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි x යනු OB = 3a වන පරිදි O ට සිරස්ව ඉහළින් පිහිටි B ලක්ෂ්‍යයේ සිට සංයුක්ත අංශුවේ විස්ථාපනය වේ. සංයුක්ත අංශුව ළඟා වන පහළම ලක්ෂ්‍යය C යැයි ගනිමු. OC දිග ද A සිට C දක්වා චලනය වීමට සංයුක්ත අංශුව ගන්නා කාලය ද සොයන්න.

සංයුක්ත අංශුව C හි ඇති මොහොතේ දී Q අංශුව සීරුවෙන් ඉවත් කරනු ලැබේ. පසුව සිදුවන P අංශුවේ චලිතය සඳහා චලිත සමීකරණය $\ddot{y}=-\frac{2g}{a}y$ බව පෙන්වන්න. මෙහි y යනු A ලක්ෂ්‍යයේ සිට P අංශුවේ විස්තාපනය වේ.

මෙම සමීකරණයට $y=\alpha\cos\omega t+\beta\sin\omega t$ ආකාරයේ විසඳුමක් උපකල්පනය කරමින්, α, β හා ω නියතවල අගයන් සොයන්න.

ඒනයින්, C සිට D දක්වා චලනය වීමට P අංශුව ගන්නා කාලය $\frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{2a}{g}}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි D යනු OD = 4a වන පරිදි O ට සිරස්ව ඉහළින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යය වේ. D වෙත ළඟා වන විට P අංශුවේ වේගය ද සොයන්න. (2014)

(39) ස්වභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය 2mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක කෙළවරක් අචල A ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත. A හි මට්ටමට ඉහළින් සවි කරන ලද B කුඩා සුමට නාදුත්තක් උඩින් තන්තුව යන අතර, තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් සම්බන්ධ කර ඇත. AB දුර a වන අතර, BA යටි අත් සිරස සමග සාදන කෝණය $\frac{\pi}{3}$ වේ.

ආරම්භයේ දී P අංශුව B නාදත්තට යන්තමින් පහළින් තබා සිරස්ව පහළට $u = \sqrt{\frac{5ga}{g}}$ වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. කාලය t වන විට තන්තුවේ විතතිය x යැයි ගනිමු. P අංශුවෙහි සරල අනුවර්තී චලිතය සඳහා සමීකරණය $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $X = x - \frac{a}{2}$ හා $\omega^2 = \frac{2g}{a}$ වේ. මෙම චලිත සමීකරණය සඳහා, $\dot{X}^2 = \omega^2 \left(A^2 - X^2\right)$ ආකාරයේ විසඳුමක් උපකල්පනය කරමින්, සරල අනුවර්තී චලිතයේ විස්තාරය $A = \frac{3a}{4}$ බව පෙන්වා, අංශුව ළඟා වන පහත් ම පිහිටීම වූ E ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

සරල අනුවර්තී චලිතයේ C කේන්ද්‍රය පසුකර අංශුව යන විට එහි වේගය $\frac{3u}{\sqrt{5}}$ බව පෙන්වන්න.

අනුරූප වෘත්ත චලිතය සැලකීමෙන්, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, P අංශුව පහළට චලනය වීමේ දී, C පසු කර යෑමට ගන්නා කාලය $\sqrt{\frac{a}{2g}}\left\{\frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right\}$ බව පෙන්වන්න.

තවදුරටත්, P අංශුව එහි පහත් ම පිහිටීම වූ E වෙත ළඟා වීමට ගන්නා කාලයත්, නාදත්තක් මත තන්තුවෙන් ඇති කරනු ලබන බලයේ උපරිම විශාලත්වයත් සොයන්න.

(2015)